BAKI UNİVERSİTETİNİN XƏBƏRLƏRİ
№4 *Fizika-riyaziyyat elmləri seriyası* 2009

О СУЩЕСТВОВАНИИ И ЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЙ НЕКОТОРЫХ СМЕШАННЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ДЕНЕЖНЫХ НАКОПЛЕНИЙ

Э.Г.ОРУДЖЕВ, Г.А.ГЮЛЬМАМЕДОВА
Бакинский Государственный Университет
elsharorucov63@mail.ru; gyunel_g@yahoo.com

В работе с помощью вычетного метода М.Л.Расулова получены решения весьма общих смешанных задач для уравнения денежных накоплений с регулярными двухточечными краевыми условиями, а также интегральными краевыми условиями на конечном пространстве накоплений, и с помощью метода интегрального преобразования Лапласа найдено представление решений того же уравнения для краевой задачи первого рода на полубесконечном пространстве накоплений. Найдены достаточные условия на данные смешанных задач, при которых поставленные задачи являются корректными.

Смешанные задачи с нелокальными граничными условиями. Прежде всего напомним вкратце схему вывода дифференциального уравнения денежных накоплений с интегральными краевыми условиями, изложенную в [1], представляющую особый интерес для постановки подобных задач инвестиционного характера и прогнозирования.

Предположим, что конкретная семья к моменту времени t накопила общую сумму денег, которую обозначим через $x(t)$. На оси Ox поместим N_0 точек. Пусть координаты каждой точки означают количество денег, которое эта семья имеет в момент времени t. Тогда доходы N_0 семей описываются одним и тем же уравнением [1, стр. 172]:

$$dx = F(x,t)dt + dX\ , \qquad (1)$$

в котором в правой части первая составляющая показывает скорость изменения гарантированных денег в семье и эта скорость выражена в виде некоторой неслучайной функции $F(x,t)$, вторая составляющая $dX = X(t+dt) - X(t)$ означает случайный доход семьи за элементарный промежуток времени dt при $dX > 0$ и случайный расход при $dX < 0$, а случайная величина $X(t)$ означает общее количество денег, которое эта семья к моменту времени t накопит из случайных источников(премия, расходы в связи с болезнью и др.). Величина $X(t+dt)$ – суммарные случайные накопления семьи к моменту $t+dt$, величина $X(t)$ понимается как реализованная случайная величина, которая в момент времени t приняла конкретное значение $X(t) = y$. Случайная величина $X(t+dt) = z$ описывает случайные накопления семьи в момент времени

$t+dt$ при условии, что семья в предыдущий момент времени t имела накопления y. Эта случайная величина задается плотностью вероятностей.

Рассмотрим дифференциальное уравнение в частных производных, описывающее плотность распределения семей по накоплениям [1, стр. 190]

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}+c\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{1}{2}b\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}-f(x,t)=0 \qquad (2)$$

в области $D=(0<t<\infty)\times(0<x<l)$, где $u(x,t)$ – плотность распределения семей по накоплениям, c,b - постоянные величины, причём $c\geq 0, b>0, f(x,t)$ - число семей, которые попадут из других совокупностей семей на отрезок единичной длины пространства накоплений N_1, на котором в момент времени t семья обозначается точкой за единичный интервал времени в окрестности x и t. Координаты каждой поместившейся N_0 точек обозначают количество денег, которое эта семья имеет в момент времени t. Тогда $N_0(t)=\int\limits_0^l u(x,t)dx$ будет означать число семей с денежными накоплениями в пределах отрезка $[0,l]$ момент времени t. Разобьем отрезок $[0,l]$ на элементарные отрезки $I_i=[x^i,x^i+\Delta x^i]$. Тогда на отрезке I_i находится $\Delta Q_i=u(x^i,t)\Delta x^i$ семей. Так как каждая семья на отрезке I_i имеет приблизительно x^i денежных единиц накоплений, то в семьях на отрезке I_i сосредоточено $\Delta K_i=x^i u(x^i,t)\Delta x^i$ д.е. Суммируя по всем элементарным отрезкам, вычисляем сумму денег:

$$\sum_i \Delta K_i=\sum_i x^i u(x^i,t)\Delta x^i \xrightarrow[\Delta x_i\to 0]{} \int\limits_0^l xu(x,t)dx=K_0(t),$$

где $K_0(t)$ – сумма денег, накопленных в семьях на отрезке $[0,l]$ в момент времени t.

Предположим, что в начальный момент $t=0$ известны накопления каждой семьи. Тогда с помощью функции $u(x,t)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta Q(x,t)}{\Delta x}$, где $\Delta Q(x,t)$ - число точек (семей) на отрезке $[x,x+\Delta x]$ в момент времени t, определяется функция плотности распределения семей $\varphi(x)$ на пространстве накоплений N_1 в начальный момент времени: $u(x,t)\big|_{t=0}=\varphi(x)$.

Объединяя вышеизложенное получим следующую смешанную задачу с нелокальными граничными условиями:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t} + c\dfrac{\partial u(x,t)}{\partial x} - \dfrac{1}{2}b\dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = f(x,t), 0 < t < \infty, 0 < x < l, & (3) \\ u(x,t)\big|_{t=0} = \varphi(x), 0 \le x \le l, & (4) \\ L_1(u(x,t)) = \int_0^l u(x,t)dx = N_0(t), t \ge 0, & \\ L_2(u(x,t)) = \int_0^l xu(x,t)dx = K_0(t), t \ge 0. & (5) \end{cases}$$

В данной работе при заданных функциях $f(x,t) \in C^2(\overline{D})$, $N_0(t)$, $K_0(t) \in C^1(t \ge 0)$, $\varphi(x) \in C(0 \le x \le l)$ исследуется принадлежность функции $u(x,t) \in C^{2,1}_{x,t}(D) \bigcap C(\overline{D})$, которая удовлетворяет уравнению (3) в области D, начальному условию (4) и нелокальным условиям (5) $\left(u \in C^{2,1}_{x,t}(D)\right.$, если $\left. u(x,t), \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial x}, \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t}, \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} \in C(D) \right)$, и находится выражение для решения этой задачи, определяются условия корректной постановки задачи (3)-(5).

Изменим формулировку краевых условий (5). Для этого сначала запишем:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_0^l u(x,t)dx = \int_0^l \left[f(x,t) + \frac{1}{2}b\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} - c\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \right]dx = \frac{dN_0(t)}{dt}.$$

Далее интегрируя по частям имеем:

$$\frac{1}{2}b\left[u'_x(l,t) - u'_x(0,t)\right] - c\left[u(l,t) - u(0,t)\right] = \frac{dN_0(t)}{dt} - \int_0^l f(x,t)dx$$

Соответственно, для условий $L_2(u(x,t))$ запишем:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_0^l xu(x,t)dx = \int_0^l x\left[f(x,t) + \frac{1}{2}b\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} - c\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \right]dx = \frac{dK_0(t)}{dt}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2}b\left[x\frac{\partial u}{\partial x} \right]\Bigg|_0^l - \frac{1}{2}bu(x,t)\Big|_0^l - c\left[xu(x,t)\right]\Big|_0^l + cN_0(t) = \frac{dK_0(t)}{dt} - \int_0^l xf(x,t)dx$$

$$\Leftrightarrow$$

$$-\frac{1}{2}lbu'_x(l,t) - \frac{1}{2}bu(l,t) + \frac{1}{2}bu(0,t) - lcu(l,t) + cN_0(t) = \frac{dK_0(t)}{dt} - \int_0^l xf(x,t)dx.$$

Принимая соответствующие обозначения вместо нелокальных краевых условий (5), получим следующие условия

$$\left.\begin{aligned} L_1^{(1)}(u) = \alpha_{10}u(0,t) + \alpha_{11}u_x'(0,t) + \beta_{10}u(l,t) + \beta_{11}u_x'(l,t) = \psi_1(t) \\ L_2^{(1)}(u) = \alpha_{20}u(0,t) + \alpha_{21}u_x'(0,t) + \beta_{20}u(l,t) + \beta_{21}u_x'(l,t) = \psi_2(t) \end{aligned}\right\}, \qquad (5')$$

где α_{ij}, β_{ij}, $(i = 1,2, \quad j = 0,1)$, $\psi_1(t)$, $\psi_2(t)$ явно выражаются через

$$l, b, c, N_0(t), \frac{dN_0(t)}{dt}, \frac{dK_0(t)}{dt}, \int_0^l x^\alpha f(x,t)dx, \alpha = 0,1 .$$

Предположим, что краевые условия (5') независимы, т.е.

$$rang\begin{pmatrix} \alpha_{10} & \alpha_{11} & \beta_{10} & \beta_{11} \\ \alpha_{20} & \alpha_{21} & \beta_{20} & \beta_{21} \end{pmatrix} = 2 .$$

Следуя работе [2], обозначим через $v(x,t)$ функцию, удовлетворяющую краевым условиям $L_1^{(1)}(v) = \psi_1(t)$, $L_2^{(1)}(v) = \psi_2(t)$. Отыскивая функцию $v(x,t)$ в виде $v(x,t) = v_0(t) + v_1(t)x$ и подставляя её в выражение (5'), находим, что

$$v_0(t) = \frac{\begin{vmatrix} \psi_1(t) & \alpha_{11} + \beta_{10}l + \beta_{11} \\ \psi_2(t) & \alpha_{21} + \beta_{20}l + \beta_{21} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \alpha_{10} + \beta_{10} & \alpha_{11} + \beta_{10}l + \beta_{11} \\ \alpha_{20} + \beta_{20} & \alpha_{21} + \beta_{20}l + \beta_{21} \end{vmatrix}}, v_1(t) = \frac{\begin{vmatrix} \alpha_{10} + \beta_{10} & \psi_1(t) \\ \alpha_{20} + \beta_{20} & \psi_2(t) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \alpha_{10} + \beta_{10} & \alpha_{11} + \beta_{10}l + \beta_{11} \\ \alpha_{20} + \beta_{20} & \alpha_{21} + \beta_{20}l + \beta_{21} \end{vmatrix}}$$

при условии, что определитель в знаменателе отличен от нуля.

В задаче (3),(4),(5') сделаем замену $u(x,t) = W(x,t) + v(x,t)$, где W – новая неизвестная функция. Тогда для W получим:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial W}{\partial t} = \dfrac{1}{2}b\dfrac{\partial^2 W}{\partial x^2} - c\dfrac{\partial W}{\partial x} + \tilde{f}(x,t), & (6) \\ L_1^{(1)}(W) = 0, L_2^{(1)}(W) = 0, & (7) \\ W(x,0) = \tilde{\varphi}(x), & (8) \end{cases}$$

где $\tilde{f}(x,t) = f(x,t) + \left[\dfrac{1}{2}b\dfrac{\partial^2}{\partial x^2} - c\dfrac{\partial}{\partial x} - \dfrac{\partial}{\partial t}\right]v(x,t)$, $\tilde{\varphi}(x) = \varphi(x) - v(x,0)$.

По схеме [2, стр. 281] смешанной задаче (6),(7),(8) сопоставим две задачи с комплексным параметром λ:

А. Задача Коши для уравнения

$$\frac{2}{b}\frac{dZ}{dt} - \lambda^2 Z = \frac{2}{b}\tilde{f}(x,t), \qquad Z(x,0) = \tilde{\varphi}(x).$$

Б. Спектральная задача

$$Y'' - \frac{2}{b}CY' - \lambda^2 Y(x) = h(x), \quad L_1^{(1)}[Y(x)] = 0, \quad L_2^{(1)}[Y(x)] = 0,$$

где $h(x)$ – непрерывно-дифференцируемая функция.

Решение задачи А имеет вид:

$$Z(x,t,\lambda) = \widetilde{\varphi}(\xi) e^{\frac{b}{2}\lambda^2 t} + \frac{2}{b}\int_0^t e^{\frac{b}{2}\lambda^2 (t-\tau)} \widetilde{f}(\tau,\xi)\,d\tau .$$

Решение задачи Б, полагая

$$Y_1(x,\lambda) = e^{\left(\frac{c}{b} + \lambda\sqrt{\frac{c^2}{b^2\lambda^2}+1}\right)x}, \quad Y_2(x,\lambda) = e^{\left(\frac{c}{b} - \lambda\sqrt{\frac{c^2}{b^2\lambda^2}+1}\right)x},$$

легко строится по формуле $Y(x,\lambda,h) = \int_0^l \frac{\Delta(x,\xi,\lambda)}{\Delta(\lambda)} h(\xi)\,d\xi,$ где

$$\Delta(\lambda) = \begin{vmatrix} L_1^{(1)}(Y_1) & L_1^{(1)}(Y_2) \\ L_2^{(1)}(Y_1) & L_2^{(1)}(Y_2) \end{vmatrix}, \quad \Delta(x,\xi,\lambda) = \begin{vmatrix} g(x,\xi,\lambda) & Y_1(x,\lambda) & Y_2(x,\lambda) \\ L_1^{(1)}(g)_x & \_\_\_\_\_\_ & \_\_\_\_\_\_\_\_ \\ L_2^{(1)}(g)_x & | & \Delta(\lambda) \end{vmatrix},$$

$g(x,\xi,\lambda) = \pm\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{2}\frac{Y_k(x,\lambda)W_{2k}(x,\lambda)}{W(\xi,\lambda)}$, причём берется знак “+” при $x > \xi$, знак “-” при $x < \xi$, $W(\xi,\lambda)$-определитель Вронского от $Y_1(\xi,\lambda)$, $Y_2(\xi,\lambda)$; $W_{2k}(\xi,\lambda)$ - алгебраическое дополнение элемента $(2,k)$ определителя $W(\xi,\lambda)$, $k = 1,2$.

Уравнение для определения собственных значений задачи Б имеет вид $\Delta(\lambda) = \sum_{k=1}^{N} P_k(\lambda) e^{\alpha_k \lambda}$, здесь коэффициент полиномов $P_k(\lambda)$ и точки α_k явно выражаются через коэффициенты b, c и коэффициенты граничных форм (5'). Корни $\Delta(\lambda)$, как показано в работе [3], расположены вдоль логарифмических цепей, идущих вдоль нормалей к сторонам многоугольника, построенного из выпуклой оболочки точек $\overline{\alpha}_1,\ldots,\overline{\alpha}_N$, и для них при $n \to \infty$ справедливы асимптотические представления $\lambda_n \approx \frac{2\pi i n}{\alpha_{s+1} - \alpha_s}\left\{1 + \sum_{k=1}^{\infty}\frac{R_k(\ln n)}{n^k}\right\}, n = 1,2,\ldots,$ где $R_k(\ln n) = \sum_{l=0}^{k} r_l^k \ln^l n$, r_n^l , $0 \le l \le k$ - некоторые числа.

Теорема 1. Предположим, что выполняется одно из условий

1) $\alpha_{11}\beta_{21} - \beta_{11}\alpha_{21} \ne 0$; 2) $\alpha_{11}\beta_{21} - \beta_{11}\alpha_{21} = 0$, $\beta_{11}\alpha_{20} - \alpha_{11}\beta_{20} \ne 0$;

3) $\alpha_{11}=\beta_{11}=\alpha_{21}=\beta_{21}=0$, $\alpha_{10}\beta_{20}-\beta_{10}\alpha_{20}\neq 0$ и функции $\widetilde{f}(x,t)$, $\widetilde{f}_x(x,t)$ обращаются в нуль на концах отрезка $[0,l]$. Тогда задача (6)-(8) имеет классическое решение, представимое в виде

$$W(x,t)=-\frac{1}{2\pi\sqrt{-1}}\sum_{\nu}\int_{c_\nu}\lambda d\lambda\int_0^l\frac{\Delta(x,\xi,\lambda)}{\Delta(\lambda)}\left[\widetilde{\varphi}(\xi)e^{\frac{b}{2}\lambda^2 t}+\frac{2}{b}\int_0^t e^{\frac{b}{2}\lambda^2(t-\tau)}\widetilde{f}(\tau,\xi)d\tau\right]d\xi,$$

где c_ν – простой замкнутый контур, окружающий только один полюс λ_ν подынтегральной функции, и сумма по ν распространена на все полюсы.

Заметим, что эта теорема охватывает все случаи смешанных задач с локальными краевыми условиями на конечном пространстве накоплений, поставленных в [1, стр. 191-194], а также смешанные задачи для уравнения теплопроводности с краевыми условиями, являющимися комбинацией локального и интегрального условий, изученных в [4].

Первая смешанная задача на полубесконечном пространстве накоплений. Доказанное в [1, стр. 190] можно применить при анализе финансовых положений клиентов сберегательного банка, так, если динамика денежных накоплений отдельного клиента сберегательного банка (в [1] рассмотрен пример семьи) подчиняется стохастическому дифференциальному уравнению $dx=F(x,t)dt+dX$, где $F(x,t)$ -неслучайная функция, X - Марковский процесс с переходной функцией плотности вероятностей $\rho(y,s;x,t)$, которая определяется функциями $c(y,t)=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\int\limits_{|y-x|\le\varepsilon}(x-y)\rho(y,t;x,t+\Delta t)dx$ (математическое ожидание), $b(y,t)=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\int\limits_{|y-x|\le\varepsilon}(x-y)^2\rho(y,t;x,t+\Delta t)dx>0$ (дисперсия), $c(y,t),b(y,t)\in C^2(-\infty<y,t<\infty)$, означающими общее количество денег, которое клиент к моменту времени t находит из случайных источников, тогда плотность совокупности клиентов в пространстве накоплений удовлетворяет параболическому уравнению $\frac{\partial u}{\partial t}=-\frac{\partial}{\partial x}[(c(x,t)+F(x,t))u]+\frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial x^2}(b(x,t)u)+f(x,t)$, где $f(x,t)$ - число клиентов, которые попадут из других совокупностей клиентов за отрезок единичной длины пространства накоплений за единичный интервал времени в окрестности x и t. Рассмотрим совокупность клиентов сберегательного банка на полубесконечном пространстве накоплений $N^t=(0\le x<\infty)$. Пусть в начальный момент времени $t=0$ известна плотность распределения клиентов по накоплениям $\varphi(x)$. Далее, пусть комбинированным способом в точке $x=0$ плотность клиентов поддерживается на уровне, равном нулю, то есть задано граничное условие $u'_x(0,t)+hu(0,t)=0$, h-фиксированное положительное число.

Поставим смешанную задачу на полуоси:

$$
\begin{cases}
\dfrac{\partial u}{\partial t}+\dfrac{\partial}{\partial x}(cu)-\dfrac{1}{2}\dfrac{\partial^2}{\partial x^2}(bu)=f(x,t) \quad в \quad D_1=(0\le t<\infty)\times(0\le x<\infty), & (9)\\
u(x,t)\big|_{t=0}=\varphi(x), 0\le x<\infty, & (10)\\
u_x^{'}(0,t)+hu(0,t)=0, t\ge 0. & (11)
\end{cases}
$$

Подобные смешанные задачи в аспекте спектрального анализа изучены в [5] при более общих постановках. Но, проведенное там исследование, относящееся к конкретным разделам математической физики и спектральной теории дифференциальных операторов, в силу большей общности в современном финансовом анализе трудноосуществимо. И, если учесть, что с помощью типовой задачи (9)-(11) осуществляется анализ, прогнозирование, поиск и выбор некоторых (оптимальных) решений в различных областях экономики и финансов, а также в управлении, то она требует отдельных исследований математических особенностей для финансовых исследователей и аналитиков. В данной работе определяется решение $u(x,t)\in C^2(D_1)\bigcap C(D_1)$ уравнения (9), удовлетворяющее условиям (10),(11), с помощью синтеза методов, изложенных в [5, 6], что позволяет определить плотность распределения клиентов сберегательного банка (в том числе и конкретных семей) по пространству денежных накоплений в любой момент времени и спрогнозировать финансовые состояния клиентов в будущем; тем самым, показывается, что спектральные методы являются важными аналитическими инструментами при решении финансовых модельных задач, при оценке характеристик изучаемого процесса (например, при оценке финансовыми аналитиками процентных ставок предстоящих сбережений важной характеристикой является исследование финансовых состояний населения) в будущем и создаются огромные возможности в области принятия правильных инвестиционных решений, получения качественных и надежных прогнозов.

Предположим, что $c(x,t)=c(x)$, $c'(x)$, $c''(x)$ - ограниченные функции из $L_1(0,\infty)$, а $b(x,t)=b>0$ - постоянное число.

Применяя преобразование Лапласа к задаче (9)-(11) приходим к следующей спектральной задаче со спектральным параметром λ:

$$
\begin{cases}
\dfrac{b}{2}\dfrac{d^2y(x,\lambda)}{dx^2}-c(x)\dfrac{dy(x,\lambda)}{dx}-\lambda y(x,\lambda)=-\left[\varphi(x)+\widetilde{f}(x,\lambda)\right], \qquad \widetilde{f}(x,\lambda)=\int\limits_0^\infty e^{-\lambda t}f(x,t)dt, & (12)\\
\dfrac{dy(x,\lambda)}{dx}\Big|_{x=0}+hy(x,\lambda)\big|_{x=0}=0. & (13)
\end{cases}
$$

Однородное уравнение (12) имеет фундаментальную систему решений $y_1(x,\lambda)$, $y_2(x,\lambda)$, которые допускают следующие асимптотические представления при больших λ, принадлежащих области $\Omega_\varepsilon=\{\lambda:|\lambda|\ge R, -\pi+\varepsilon\le\arg\lambda\le\pi-\varepsilon\}$, равномерно по $x\in[0;\infty)$:

$$\frac{d^k y_1(x,\lambda)}{dx^k} = \left(-\sqrt{\frac{2\lambda}{b}}\right)^k e^{\frac{1}{b}\int\limits_0^x c(\xi)d\xi} e^{-\sqrt{\frac{2\lambda}{b}}x}\left[1+O(\frac{1}{\sqrt{\lambda}})\right],$$

$$\frac{d^k y_2(x,\lambda)}{dx^k} = \left(\sqrt{\frac{2\lambda}{b}}\right)^k e^{\frac{1}{b}\int\limits_0^x c(\xi)d\xi} e^{\sqrt{\frac{2\lambda}{b}}x}\left[1+O(\frac{1}{\sqrt{\lambda}})\right],\ k=0,1,2,$$

здесь $O(\frac{1}{\sqrt{\lambda}})$- означает функцию вида $\frac{E(x,\lambda)}{\sqrt{\lambda}}$, где $E(x,\lambda)$- непрерывно дифференцируема по x и при $|\lambda|\to\infty$ ограничена, и для $\sqrt{\lambda}$ берётся та ветвь, для которой $\operatorname{Re}\sqrt{\lambda}\ge 0$, R -достаточно большое число.

С помощью методики работы [6] получено, что ядро резольвенты оператора, порожденного задачей (12)-(13), представляется в виде

$$K(x,\xi,\lambda) = \begin{cases} \frac{\psi(\lambda)}{W(\xi,\lambda)} y_1(x,\lambda)y_1(\xi,\lambda) - \frac{1}{W(\xi,\lambda)} y_1(x,\lambda)y_2(\xi,\lambda), \xi < x, \\ \frac{\psi(\lambda)}{W(\xi,\lambda)} y_1(x,\lambda)y_1(\xi,\lambda) - \frac{1}{W(\xi,\lambda)} y_2(x,\lambda)y_1(\xi,\lambda), \xi > x, \end{cases}$$

где $\psi(\lambda) = \frac{y_2'(0,\lambda)+hy_2(0,\lambda)}{y_1'(0,\lambda)+hy_1(0,\lambda)}$, $W(\xi,\lambda)$- определитель Вронского от $y_1(\xi,\lambda)$, $y_2(\xi,\lambda)$.

Задача (12)-(13) для $x\in[0,\infty)$, $\lambda\in\Omega_\varepsilon$ имеет аналитическое по λ решение, представимое в виде $y(x,\lambda) = -\int\limits_0^\infty K(x,\xi,\lambda)\left[\varphi(\xi)+\tilde{f}(\xi,\lambda)\right]d\xi$, для него верна оценка $\left|\frac{d^k y(x,\lambda)}{dx^k}\right| \le \frac{C_\varepsilon}{\left(\sqrt{|\lambda|}\right)^{1-k}}$, $k=0,1,2$, и мы приходим к следующему

Теорема 2. Если функции $c(x),\varphi(x)$ имеют ограниченные суммируемые производные до второго порядка для $x\in[0,\infty)$, $f(x,t)$ имеет ограниченные суммируемые производные по x и t до второго порядка при $x\in[0,\infty)$, $t\in[0,T]$, то существует решение задачи (9)-(11), представимое в виде

$$u(x,t) = \frac{1}{2\pi i}\int\limits_{a-i\infty}^{a+i\infty} e^{\lambda t} d\lambda \int\limits_0^\infty K(x,\xi,\lambda)\left[\varphi(\xi)+\int\limits_0^t e^{-\lambda\varsigma} f(\xi,\varsigma)d\varsigma\right]d\xi,\ a\ge R.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Ерофеенко В.Т., Козловская И.С. Уравнения с частными производными и математические модели в экономике. М.: Эдиториал УРСС, 2004, 248 с.

2. Расулов М.Л. Применение вычетного метода к решению задач дифференциальных уравнений. Баку: Элм, 1989, 328 с.
3. Лидский В.Б., Садовничий В.А. Асимптотические формулы для корней одного класса целых функций//Математический сборник, 1968, т. 75, с.558-566.
4. Ионкин Н.И. Решение одной краевой задачи теории теплопроводности с неклассическим краевым условием//Дифференциальные уравнения, 1977, т. 13, № 2, с.294-304.
5. Расулов М.Л. Применение метода контурного интеграла. М.: Наука, 1975, 255 с.
6. Наймарк М.А. Исследование спектра и разложение по собственным функциям несамосопряженного дифференциального оператора второго порядка на полуоси// Труды Московского Математического Общества, 1954, т.3, с.181-270.

PUL YIĞIMI TƏNLİYİ ÜÇÜN QOYULMUŞ MÜƏYYƏN QARIŞIQ MƏSƏLƏLƏRİN HƏLLƏRİNİN VARLIĞI VƏ YEGANƏLİYİ HAQQINDA

E.Q.ORUCOV, G.A.GÜLMƏMMƏDOVA

XÜLASƏ

Məqalədə M.L.Rəsulovun çıxıqlar üsulunun köməyilə pul yığımı tənliyi üçün sonlu yığım fəzasında ikinöqtəli requlyar sərhəd şərtləri və inteqral sərhəd şərtləri daxilində qoyulmuş qarışıq məsələlərin həlləri və Laplas inteqral çevirməsinin köməyilə yarımsonsuz yığım fəzasında birinci növ sərhəd şərtli qarışıq məsələnin həlli alınmışdır. Tədqiq olunan məsələlərin korrektliyi üçün verilənlər üzərinə qoyulan kafi şərtlər tapılmışdır.

ABOUT EXISTENCE AND UNIQUENESS OF DECISIONS OF SOME MIXED PROBLEMS FOR THE EQUATION OF MONEY ACCUMULATIONS

E.G.ORUDZHEV, G.A.GULMAMMADOVA

SUMMARY

By the dint of deduction method of M.L.Rasulov decisions of highly mixed problems for the equations of money accumulations with regular two-pointed boundary conditions and integral boundary conditions on the finite space of accumulations are received and by the dint of Laplas' method of integral transformations the submission of decisions of the same equation for the boundary problem of the first sort on the semi-infinite space of accumulations is established in the paper. Conditions on the datas of mixed problems that prove the correcthness of the presented problems are found.